Méthode split-step wavelet pour la propagation troposphérique en 3D

Thomas Bonnafont, Rémi Douvenot, Alexandre Chabory

▶ **To cite this version:**

Thomas Bonnafont, Rémi Douvenot, Alexandre Chabory. Méthode split-step wavelet pour la propagation troposphérique en 3D. 22èmes Journées Nationales Microondes (JNM 2022), Jun 2022, Limoges, France. hal-03710081

HAL Id: hal-03710081
https://hal.science/hal-03710081

Submitted on 30 Jun 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

XXII$^{\text{èmes}}$ Journées Nationales Microondes
8-10 juin 2022 - Limoges

Méthode split-step wavelet pour la propagation troposphérique en 3D

T. Bonnafont[1], R. Douvenot[2], A. Chabory [2]

[1] *Lab-STICC UMR CNRS 6285, ENSTA Bretagne, 29200 Brest*
[2] *ENAC, Université de Toulouse, France*
thomas.bonnafont@ensta-bretagne.fr

Résumé *— Pour des systèmes électromagnétiques, comme le radar, il est important de modéliser précisément la propagation sur de longues distances en tenant compte des effets de l'environnement. Une méthode répandue dans ce contexte est basée sur la résolution de l'équation parabolique par split-step Fourier (SSF). Cependant, pour des scénarios 3D elle est limitée par son temps de calcul et sa taille mémoire. Récemment, une méthode efficace en temps et mémoire en ondelettes a été proposée en 2D. Dans cet article, nous généralisons la méthode à des scénarios 3D. Nous montrons également qu'elle est de complexité plus faible que SSF. Des tests numériques sont également proposés pour montrer les avantages de la méthode en comparaison de SSF.*

1 Introduction

La modélisation de la propagation troposphérique est un sujet important pour de nombreuses applications en surveillance, navigation et communication. Une modélisation asymptotique par l'équation parabolique [1] est usuelle dans ce contexte.

Cette dernière est communément résolue par la méthode split-step Fourier. En effet, en faisant des allers-retours entre domaines spatial et spectral, cette méthode permet de calculer itérativement la propagation du champ [1]. Cette dernière permet de prendre en compte les effets de la réfraction, par un écran de phase, du relief et la composition du sol, par la discrete mixed Fourier transform (DMFT) [2]. Une version auto-cohérente, discrete SSF (DSSF) [3], a également été proposée. Cependant, en 3D, cette méthode est limitée par sa taille mémoire et son temps de calcul.

Récemment, une méthode basée sur les ondelettes, split-step wavelet (SSW) [4], a été proposée en 2D. Elle se base sur la compression possible dans le domaine des ondelettes et la complexité plus faible de la transformée associée. Ainsi, il a été montré qu'elle est plus efficace en temps de calcul. De plus, elle a été optimisée en 2D [5] pour réduire fortement la taille mémoire nécessaire et la rendre efficace à la fois en temps de calcul et taille mémoire.

Dans cet article, nous généralisons la méthode à la 3D. Dans ce cadre, nous supposons qu'il n'y a pas de relief pour obtenir une méthode efficace avant d'ajouter d'autres phénomènes physiques. Nous montrons également que la méthode est de complexité plus faible que DSSF. De plus, des tests numériques sont proposés pour valider et démontrer les avantages de la méthode en comparaison de DSSF.

Le reste de cet article est organisé comme suit. La Section 2 présente la méthode SSW 3D. Des tests numériques sont proposés en Section 3. La Section 4 conclut l'article.

2 Split-step wavelet

2.a. Configuration et discrétisation

Dans cette article, nous supposons une dépendance en temps de la forme $\exp(j\omega t)$, avec ω la fréquence angulaire. L'objectif est de modéliser la propagation du champ réduit u [1] en 3D au dessus du sol à l'aide de l'équation d'onde parabolique. Nous nous plaçons dans le repère Cartésien (x, y, z). La source est placée en $x_s \leq 0$ et le champ est connu en $x_0 = 0$. Le domaine de calcul est donc donné par $x \in [0, x_{\max}]$, $y \in [0, y_{\max}]$ et $z \in [0, z_{\max}]$.

Pour les calculs numériques, le domaine est discrétisée dans un premier temps selon x et y avec

$$\begin{aligned} y_{p_y} &= p_y \Delta y,\ p_y \in [0, N_y - 1], \\ z_{p_z} &= p_z \Delta z,\ p_z \in [0, N_z - 1], \end{aligned} \tag{1}$$

où Δy et Δz représentent les pas selon y et z, et avec $N_y = y_{\max}/\Delta y$ et $N_z = z_{\max}/\Delta z$. Dans la suite le champ réduit discrétisé à une position x est noté $u_x[p_y, p_z]$. Enfin, une discrétisation selon l'axe x est effectuée sur $N_x = x_{\max}/\Delta x$, avec Δx le pas.

2.b. La transformée discrète en ondelettes 2D

Pour la méthode SSW, nous utilisons la transformée en ondelettes multi-niveaux 2D sur une base séparable [6]. Cette dernière est notée $\mathbf{W}$ dans la suite.

Pour décomposer le champ réduit u_x en ondelettes, nous définissons la base d'ondelettes séparable. En 2D, trois ondelettes mères différentes sont utilisées. Ces trois fonctions sont de moyennes nulles et permettent de décrire les détails horizontaux, verticaux, et diagonaux du signal, respectivement. Ces dernières sont dilatées, sur L niveaux, et translatées pour former une famille. Les dilatations permettent de couvrir le domaine spectral quand les translations permettent de couvrir le domaine spatial. Une fonction d'échelle, de moyenne non nulle, est ajoutée pour couvrir la partie basse du spectre. Cette dernière est translatée pour obtenir une base orthonormale.

Numériquement, la décomposition est faite avec la fast wavelet transform (FWT), de complexité, $O(N_y N_z)$, plus faible que la transformée de Fourier rapide. De plus, la majorité des coefficients d'ondelettes sont proches de 0 et une compression, notée $\mathbf{C}$, permet de conserver uniquement les coefficients nécessaires.

2.c. Principe de la méthode

SSW est une méthode itérative qui permet de calculer le champ en faisant des allers-retours entre domaines spatial et des ondelettes. Elle se base sur les étapes suivantes :

1. La FWT et la compression (seuil V_s) sont appliquées au champ réduit u_x

$$U_x = \mathbf{C}\mathbf{W}u_x. \tag{2}$$

   Le vecteur U_x est creux et contient les coefficients d'ondelettes.

2. La propagation dans le domaine des ondelettes est effectuée comme suit

$$U_{x+\Delta x} = \mathbf{P}U_x, \tag{3}$$

   avec $\mathbf{P}$, la propagation d'ondelette à ondelette. Cette dernière est décrite en Section 2.d. Une compression de seuil V_p est ajoutée.

3. Le champ propagé en espace libre est obtenu avec une FWT inverse

$$u^{\text{fs}}_{x+\Delta x} = \mathbf{W}^{-1}U_{x+\Delta x}. \tag{4}$$

4. Les effets de la réfraction sont pris en compte par un écran de phase, $\mathbf{R}$, dans le domaine spatial

$$u_{x+\Delta x} = \mathbf{R}u^{\text{fs}}_{x+\Delta x}. \tag{5}$$

La prise en compte du sol se fait à l'aide de la méthode des images locales [4] associée à la DMFT dans le cas d'une condition d'impédance.

2.d. Propagation en espace libre

Nous décrivons ici plus en détails la construction du propagateur $\mathbf{P}$. Celle-ci est une adaptation à la 3D de la méthode 2D décrite dans [5]. Premièrement, une bibliothèque de propagateurs élémentaires en ondelettes est construite en utilisant les propriétés d'invariance par translation et rotation des ondelettes 2D. Les propagations élémentaires sont obtenues par SSF sur un support réduit. Cette bibliothèque est donc de taille minimale et son calcul est de complexité faible. Ensuite, nous translatons et sommons les propagations élémentaires associées à chaque coefficient d'ondelette non nul après décomposition du champ réduit u_x et compression.

3 Tests numériques

3.a. Propagation dans un conduit atmosphérique bidirectionnel

Pour valider la méthode, nous modélisons la propagation du champ d'un point source complexe (CSP) sur une distance de 10 km en prenant en compte un conduit bidirectionnel. Les paramètres de la source sont les suivants : sa fréquence est $f_0 = 300$ MHz et elle est placée en $x_s = -50$ m et $y_s = z_s = 1024$ m avec une largeur de $W_0 = 5$ m.

Le domaine est de taille 2048 m en y et z. Il est discrétisé avec $\Delta x = 200$ m et $\Delta y = \Delta z = 1$ m les pas respectifs dans les directions x, y et z.

Le conduit bidirectionnel correspond à deux modèles trilinéaires d'atmosphère équivalents en y et z. Leurs paramètres sont donnés par $M_0 = 330$ M-units, $y_b = z_b = 950$ m, $y_t = z_t = 100$ m, et les gradients valent $c_0 = 0.118$ M-units/m et $c_2 = -1$ M-units/m. L'indice de réfraction associé est tracé en Figure 1.

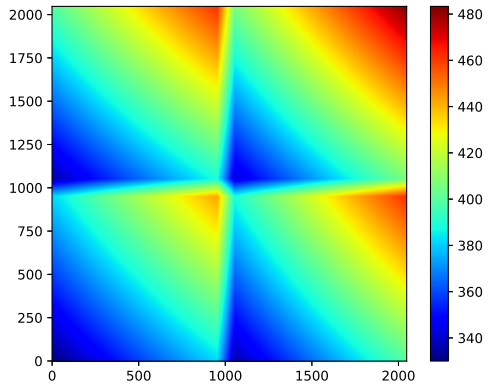

Figure 1. Indice M (M-units/m) dans le plan yOz.

Pour la transformée en ondelettes, nous utilisons la famille des symlets avec 6 moments nuls et un niveau maximum de décomposition $L = 3$. Les seuils de compression appliqués sur u_x et $\mathbf{P}$ sont choisis pour obtenir une erreur maximale de -20 dB [7].

Nous présentons ici le champ final obtenu avec SSW dans le plan yOz en Figure 2 . L'erreur maximale entre SSW et DSSF est tracée en Figure 3.

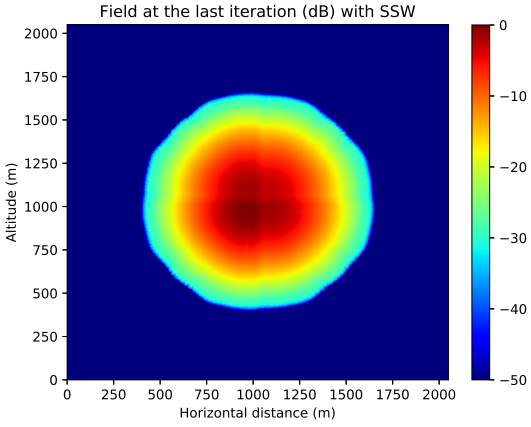

Figure 2. Champ normalisé u (dB) obtenu avec SSW.

Ce test permet de vérifier que la méthode SSW est

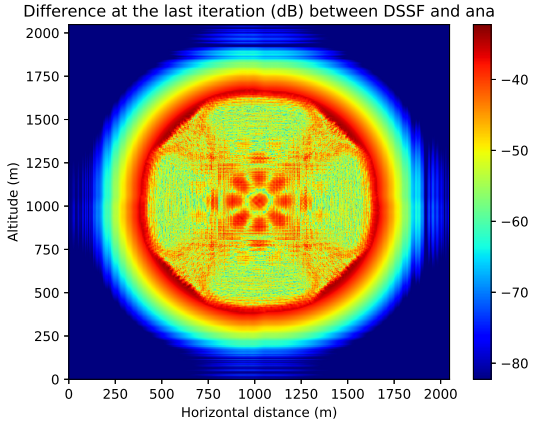

Figure 3. Différence normalisée (dB) entre SSW et DSSF à la dernière itération.

aussi précise que DSSF. Tout d'abord, les effets des deux conduits sont bien pris en compte avec la méthode comme le montre la Figure 2. De plus, l'erreur maximale est inférieure à -30 dB, comme attendu. En effet, la précision est maîtrisée par les seuils de compression [7]. Nous proposons également une comparaison en terme de temps de calcul et taille mémoire en Tableau 1. Dans ce tableau, le temps d'initialisation représente le temps nécessaire au calcul du propagateur avec chaque méthode. La taille mémoire du propagateur et la taille mémoire en propagation correspondent à la taille mémoire nécessaire au propagateur de chaque méthode et au vecteur propagagé pour chaque méthode (transformée spectrale ou en ondelettes du champ selon la méthode).

Tableau 1. Comparaison de SSW et DSSF.

méthode	DSSF	SSW
temps d'initialisation (s)	133	6.5
temps de propagation (min)	9.2	10
taille du propagateur (MB)	604	5.1
taille en propagation (MB)	604	≤ 3.4

Ce tableau montre que les méthodes ont un temps de calcul du mêm ordre de grandeur. En effet, le temps d'initialisation est bien plus court avec SSW mais le temps total pour la propagation est un peu plus court avec DSSF. Cela est due à deux facteur principaux. Le premier est que le code SSW est un code Python de laboratoire dont la fonction de propagation contient des boucles alors que pour DSSF la propagation se fait par un produit matrice-vecteur optimisé en Python. Deuxièmement, la transformée de Fourier est une fonction optimisée. Ainsi, même si théoriquement la complexité de la transformée en ondelettes est plus faible, numériquement les temps de calcul sont du même ordre ou à l'avantage de la transformée de Fourier [8]. Cependant, en terme de taille mémoire, la méthode SSW est bien plus efficace que DSSF.

3.b. Propagation au dessus d'un sol impédant

Dans cette section, nous étudions la propagation au dessus d'un sol impédant. Cela permet de valider la prise en compte de la condition au niveau du sol à l'aide de la méthode des images locales associée à la DMFT [2].

Pour cela, la propagation du champ d'une CSP à $f_0 = 300$ MHz (bande UHF) placée en $x_s = -50$ m, $y_s = 256$ m et $z_s = 20$ m avec une largeur de $W_0 = 7$ m est modélisée. Le domaine est de taille $(x, y, z) \in [0, 10000] \times [0, 512] \times [0, 512]$ m^3. Pour la discrétisation, les pas suivants sont choisis : $\Delta x = 100$ m et $\Delta y = \Delta z = 0.5$ m. Nous supposons également un conduit atmosphérique en altitude modélisé par un modèle tri-linéaire d'atmosphère selon z avec les paramètres suivants : $M_0 = 330$ M-units, $z_b = 0$ m, $z_t = 150$ m, et les gradients valent $c_0 = 0.118$ M-units/m et $c_2 = -1$ M-units/m. Enfin, les paramètres pour la transformée en ondelettes restent les mêmes que dans le test précédent.

Nous traçons une coupe dans le plan yOz du champ réduit obtenu à la dernière itération avec SSW en Figure 4. Nous présentons en Figure 5 une coupe du champ réduit u dans le long de la propagation dans le plan xOz. Enfin, la différence normalisée entre SSW et DSSF à la dernière itération est tracée dans le plan yOz en Figure 6.

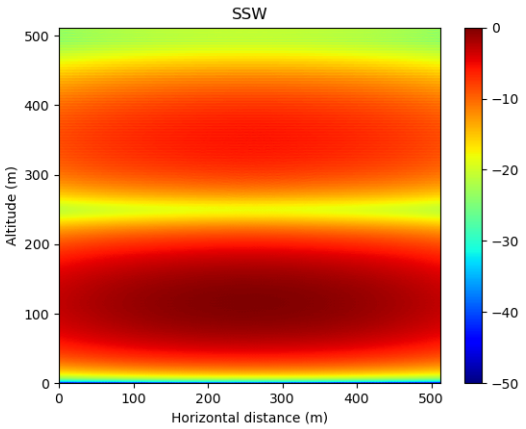

Figure 4. Champ normalisé u (dB) dans le plan yOz obtenu avec SSW.

Ce test montre que la méthode SSW est valide dans ce cas. En effet, la différence entre SSW et DSSF est inférieur à -29 dB, comme attendu. De plus, nous pouvons voir les effets du sol (*e.g.,* réflexions) avec les différents lobes. Ainsi, SSW permet de modéliser la propagation du champ électromagnétique en 3D dans des scénarios divers.

4 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une méthode 3D de propagation sur de longues distances basée sur la transformée en ondelettes. Celle-ci est aussi précise que DSSF, mais sa complexité et sa taille mémoire sont plus faibles.

Dans un premier temps la méthode split-step wavelet a été décrite théoriquement, en se focalisant sur le propagateur d'ondelettes-à-ondelettes. Des tests numériques

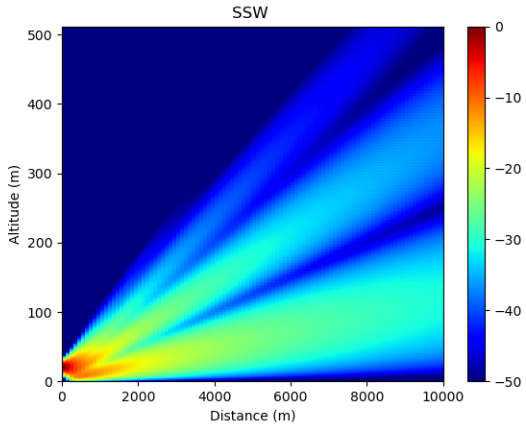

Figure 5. Champ normalisé u (dB) dans le plan xOz obtenu avec SSW.

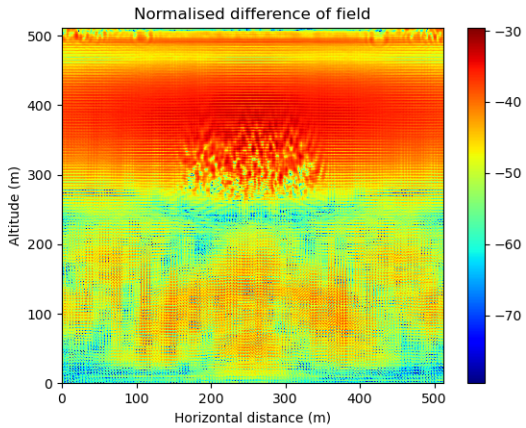

Figure 6. Différence normalisée entre SSF et SSW à la dernière itération dans le plan yOz obtenu avec SSW.

ont ensuite permis de valider la méthode et de montrer ses avantages en la comparant à DSSF. La méthode est ainsi plus efficace que DSSF, en particulier pour la taille mémoire.

Par la suite, d'autres phénomènes physiques seront incorporés à la méthode. En particulier, la prise en compte d'un sol dont les paramètres varient dans la direction transverse à la propagation est à étudié [9]. Enfin, la prise en compte du relief reste un axe d'amélioration de la méthode.

Références

[1] M. Levy, *Parabolic Equation Methods for Electromagnetic Wave Propagation*. No. 45, IET, 2000.

[2] J. R. Kuttler and R. Janaswamy, "Improved Fourier transform methods for solving the parabolic wave equation," *Radio Science*, vol. 37, no. 2, pp. 1–11, 2002.

[3] H. Zhou, A. Chabory, and R. Douvenot, "A 3-D split-step Fourier algorithm based on a discrete spectral representation of the propagation equation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 65, no. 4, pp. 1988–1995, 2017.

[4] H. Zhou, R. Douvenot, and A. Chabory, "Modeling the long-range wave propagation by a split-step wavelet method," *Journal of Computational Physics*, vol. 402, p. 109042, 2020.

[5] T. Bonnafont, R. Douvenot, and A. Chabory, "A local split-step wavelet method for the long range propagation simulation in 2D," *Radio Science*, vol. 56, p. e2020RS007114, 2021.

[6] S. Mallat, *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic press, 1999.

[7] T. Bonnafont, R. Douvenot, and A. Chabory, "Determination of the thresholds in split-step wavelet to assess accuracy for long-range propagation," *Radio Science Letters*, 2021, in press.

[8] G. Strang, "Wavelet transforms versus Fourier transforms," *Bulletin of the American Mathematical Society*, vol. 28, no. 2, pp. 288–305, 1993.

[9] T. Bonnafont, R. Douvenot, and A. Chabory, "3d split-step wavelet method for the propagation over impedance ground condition," in *2021 XXXIVth General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS)*, pp. 01–04, IEEE, 2021.