

# Influence des hétérogénéités de porosité sur la propagation d'ondes de choc dans un liquide aéré

H. Grandjean<sup>a</sup>, N. Jacques<sup>a</sup>, S. Zaleski<sup>b</sup>

a. ENSTA Bretagne, Laboratoire Brestois de Mécanique et des Systèmes, 2 rue François Verny, 29200 BREST

b. Université Pierre et Marie Curie, Institut Jean Le Rond d'Alembert, 5 place Jussieu, 75005 PARIS

## Résumé :

*Cette étude traite de la propagation des ondes de choc dans des liquides comportant des amas de bulles. La réalisation de simulations numériques 3D permet d'apprécier le rôle joué par la dynamique des clusters sur la structure de l'onde de choc. Une modélisation de ce milieu diphasique hétérogène, basée sur une technique d'homogénéisation, est également proposée.*

## Abstract :

*In this paper, we investigate the influence of bubble clusters in a liquid on the propagation of shock waves, using 3D simulations. It is shown that the clusters dynamics deeply affect the structure of the wave. A model for this heterogeneous diphasic medium is although proposed, based on an homogenization technique.*

**Mots clefs :** Milieux diphasiques - Clusters de bulles - Ondes de choc

## 1 Introduction

Les modèles de milieux diphasiques, dans lesquels les équations de conservation macroscopiques sont couplées avec l'équation de la dynamique d'une bulle, ont été couramment utilisés par le passé, et permettent de rendre compte d'effets qu'un simple modèle barotrope ne peut prévoir ([11], [12]). Cependant, dans la plupart des études précédentes, les bulles sont supposées toutes de même taille et réparties régulièrement. Or les liquides aérés comportent naturellement, des zones avec des tailles et des densités de bulles différentes. Récemment, Ando ([1]) a montré l'influence de la dispersion des tailles de bulles sur la structure de l'onde de choc. Cette présente étude vise quant à elle à mieux comprendre l'effet d'une répartition hétérogène des bulles sur la propagation d'une onde de choc. Nous nous intéressons plus particulièrement au cas où les bulles se concentrent dans des zones de fortes porosités (clusters).

Nous présentons d'abord la modélisation développée pour caractériser le comportement d'un fluide aéré homogène (par ce terme, nous entendons un milieu dans lequel les bulles sont réparties sur un réseau régulier). Ce modèle est utilisé pour étudier la propagation d'une onde de choc dans un fluide contenant des clusters de bulles, au travers de simulations numériques tri-dimensionnelles. Un modèle homogénéisé est ensuite suggéré pour décrire l'effet de la répartition des bulles en clusters.

## 2 Modélisation d'un milieu diphasique liquide-bulles homogène

L'objet du modèle proposé consiste à remplacer le milieu diphasique liquide-bulles par un milieu homogène équivalent (MHE), doté d'une loi de comportement prenant en compte la dynamique des bulles et les effets thermiques associés. Les techniques d'homogénéisation sont classiques en mécanique

des solides : Johnson (1981) a ainsi utilisé cette approche pour décrire la rupture dynamique de matériaux ductiles. Ici, le volume élémentaire représentatif (VER) du milieu diphasique est constitué d'une bulle de gaz insérée dans une sphère liquide (fig. 1). Ce VER, dénommé sphère creuse par la suite, possède la même porosité initiale que le milieu diphasique global. La pression appliquée sur la surface externe de la sphère creuse, notée  $P$  par la suite, est la pression macroscopique (ou pression de chargement). Cette pression se décompose en une pression de référence (par exemple la pression dans le fluide au repos à  $t = 0$ ),  $P_{\text{ref}}$ , plus une pression relative,  $\tilde{P}$  :  $P = P_{\text{ref}} + \tilde{P}$ .

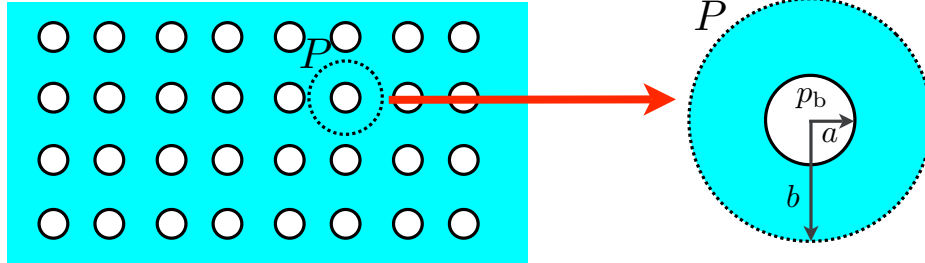


FIG. 1 – Identification du volume élémentaire représentatif du fluide diphasique homogène : motif de sphère creuse (VER n°1)

Il est établi dans [4] que la dynamique de la bulle au sein de ce VER suit l'équation suivante :

$$P = p_b - \rho_L \left[ a \ddot{a} (1 - f^{\frac{1}{3}}) + \frac{3}{2} \dot{a}^2 \left( 1 - \frac{4}{3} f^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} f^{\frac{4}{3}} \right) \right] - 4\mu \frac{\dot{a}}{a} (1 - f) - \frac{2\sigma}{a} \quad (1)$$

où  $p_b$  est la pression dans la bulle,  $a$  le rayon courant de la bulle,  $\rho_L$  est la masse volumique du liquide,  $f$  la porosité du milieu,  $\mu$  la viscosité dynamique du liquide, et  $\sigma$  le coefficient de tension de surface. L'apport de l'équation (1) par rapport à l'équation de Rayleigh-Plesset (obtenue en considérant  $f = 0$ ) réside dans la présence des termes faisant intervenir la porosité  $f$ , qui rendent compte de l'effet du confinement d'une bulle sur sa dynamique.

Notons que dans une approche homogénéisée, le milieu tout entier devrait idéalement pouvoir être reconstruit par juxtaposition de volumes élémentaires représentatifs. Si les bulles sont réparties selon un réseau régulier, cela suppose donc de considérer un VER cubique. Il convient en conséquence d'apporter une correction au modèle de sphère creuse, surtout dans le cas où les fractions volumiques  $f$  en jeu dans l'équation 1 sont élevées. Pour cela, Tvergaard ([10]) propose ainsi de remplacer la fraction volumique réelle  $f$  qui apparaît dans l'équation 1 par une fraction volumique effective,  $qf$ , qui est celle ressentie par les bulles, du fait de leur proximité avec leurs plus proches voisines (figure 2). Le facteur  $q$  vaut, dans le cas d'un réseau cubique centré :  $q = \frac{6}{\pi}$  ([9]).

Par ailleurs, lors des cycles de contraction et d'expansion de la bulle, outre la dissipation énergétique liée à la viscosité du liquide, des effets de dissipation thermique interviennent, dont il est tenu compte dans ce travail en utilisant la loi de Fourier et en modélisant le gradient de température à l'interface, à l'aide des modèles de Drumheller (1982) et Preston (2007).

L'équation décrivant le comportement thermodynamique du gaz au sein de la bulle a été établie par Prosperetti *et al.* (1988).

$$\frac{dp_b}{dt} = \frac{-3\gamma}{a} p_b \frac{da}{dt} + \frac{3(\gamma - 1)}{a} k_G \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a} \quad (2)$$

Le gradient de température à l'interface est modélisé par (Drumheller, 1982) :

$$\left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=a} = -\frac{\beta_T}{a} (T_b - T_L) \quad (3)$$

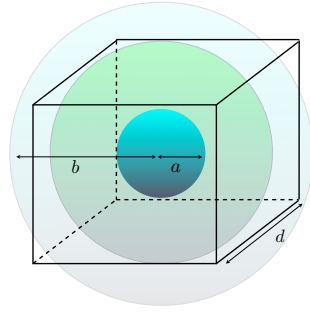


FIG. 2 – Bulle dans des VER cubique (côté  $d$ , porosité  $f$ ) et sphériques ((i) : rayon  $b$ , porosité  $f$  (ii) : rayon  $\frac{d}{2}$ , porosité  $qf$ ).

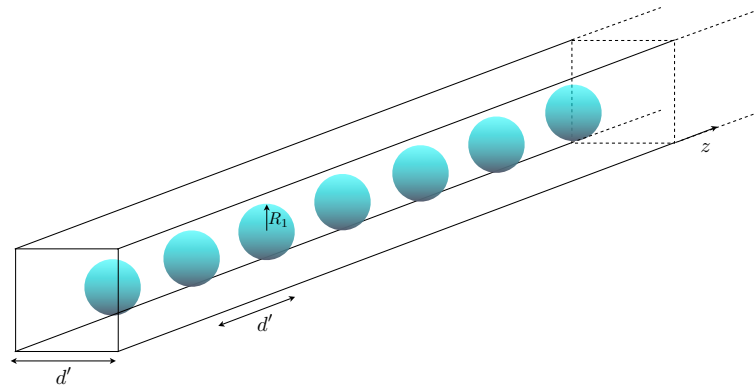


FIG. 3 – Exemple de domaine considéré pour les calculs 3D. Les clusters sont répartis sur un réseau cubique centré

où  $\beta_T$  est un coefficient de transport de chaleur, dont le calcul est explicité dans [4].

La loi de comportement (équations 1-2) établie pour le matériau diphasique a ensuite été couplée aux équations de conservation à l'échelle macroscopique, et implantée dans le module lagrangien du code de calculs par éléments finis ABAQUS/Explicit. Des simulations de propagation d'ondes de choc dans un milieu à bulles unidimensionnel ont été réalisées (Grandjean *et al.*, [4]).

### 3 Simulations tri-dimensionnelles de la propagation d'une onde de choc dans un milieu à bulles

Des simulations de propagation d'ondes de choc dans un liquide pur contenant des clusters de bulles ont été menées. Le domaine considéré est un pavé de dimension  $d' \times d' \times 62d'$ , où  $d' = 9.6\text{cm}$ . Des clusters sphériques (porosité initiale  $f_0$ , rayon initial  $R_1^0$ ) de bulles (rayon initial  $a^0$ ) sont disposés selon un réseau cubique centré (figure 3). La porosité moyenne initiale du milieu diphasique hétérogène,  $f_{m_0}$ , est telle que  $f_{m_0} = \alpha_0 f_0$ , où  $\alpha_0$  est la fraction volumique initiale occupée par les clusters. Les particules de fluide au sein des clusters suivent la loi de comportement du milieu diphasique homogène établie précédemment (équations 1 et 2).

Un choc maintenu d'intensité constante est appliqué. Le profil de pression macroscopique au sein du milieu hétérogène est obtenu en réalisant la moyenne du champ de pression dans chaque tranche (perpendiculaire à la direction  $z$ ).

On a superposé sur la figure 4 le signal de pression obtenu par le biais de ces simulations 3D et le signal obtenu dans le cas d'un milieu diphasique homogène de porosité  $f_{m_0}$  (cf. paragraphe 2). Cette figure nous indique que la réponse du milieu hétérogène présente une longueur d'onde qui est beaucoup plus

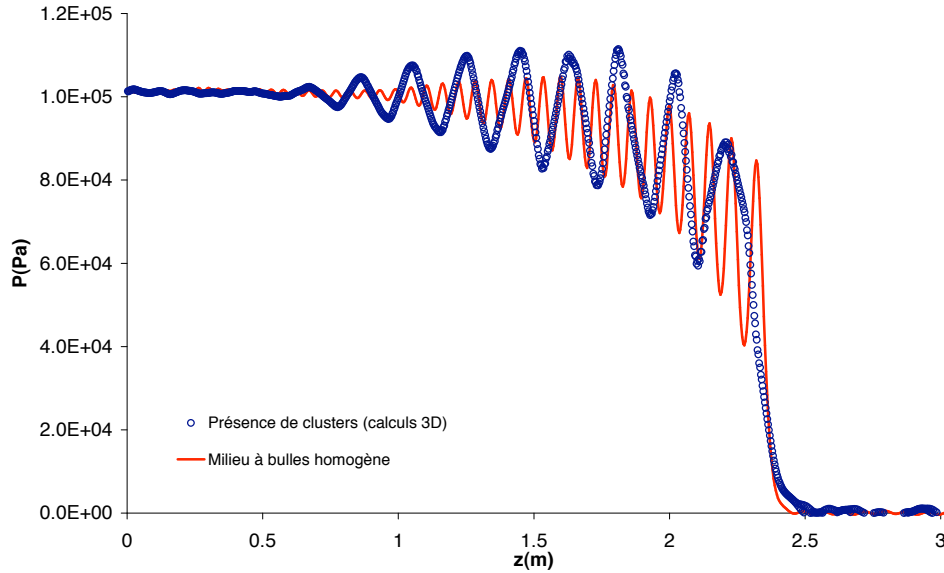


FIG. 4 – Effet de la présence de clusters sur la structure d’une onde de choc dans un milieu à bulles - Rayon initial des bulles  $a^0 = 2\text{mm}$  - Rayon initial des clusters  $R_1^0 = 3.48\text{cm}$  - Porosité initiale dans les clusters  $f_0 = 5\%$  - Porosité initiale moyenne  $f_{m_0} = 1\%$  - Fraction volumique initiale occupée par les clusters  $\alpha_0 = 20\%$

grande que la longueur d’onde associée à la pulsation des bulles : la structure de l’onde de choc est donc fortement affectée par la présence des hétérogénéités de porosité, et la longueur d’onde du signal est désormais associée à la période de pulsation du cluster dans son ensemble ([2]).

#### 4 Modèle homogénéisé décrivant la présence des clusters

L’observation des simulations numériques semi-directes nous indique que c’est la pulsation des clusters au sein du liquide qui gouverne la réponse du milieu diphasique hétérogène. Nous cherchons en conséquence à bâtir un nouveau modèle homogénéisé, basé sur la microstructure du milieu diphasique hétérogène.

La figure 5 illustre la démarche retenue : deux transitions d’échelles sont cette fois utilisées : le premier niveau d’homogénéisation consiste à remplacer chaque cluster de bulles par un milieu diphasique homogène, dont le comportement est décrit par le modèle détaillé au paragraphe 2. Le deuxième niveau d’homogénéisation consiste à remplacer le milieu diphasique hétérogène ”liquide pur - clusters” par un MHE. Le VER n°2 identifié pour cette deuxième homogénéisation est une sphère composite, composée d’une couronne de liquide pur et d’une partie centrale poreuse. La loi de comportement de ce milieu équivalent est établie ci-après : la pression macroscopique  $P_2$  appliquée sur la surface externe du VER n°2 est reliée à la pression  $P_1$  à la surface du cluster de bulles, par une équation similaire à celle de la sphère creuse (cf equation 1).

$$P_2 - P_1 = -\rho_L \left[ R_1 \ddot{R}_1 \left( 1 - (q\alpha)^{\frac{1}{3}} \right) + \frac{3}{2} \dot{R}_1^2 \left( 1 - \frac{4}{3} (q\alpha)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} (q\alpha)^{\frac{4}{3}} \right) \right] \quad (4)$$

(Les contraintes visqueuses et de tension de surface sont ignorées à cette échelle).

Il s’agit ensuite de relier la pression  $P_1$  (à la frontière du cluster) à la pression de chargement  $P$  établie précédemment dans le cas d’une sphère creuse ”bulle”. Il y a des effets inertiels associés aux pulsations du cluster tout entier, dont il faut tenir compte.

Pour établir cette relation, on écrit le principe des puissances virtuelles sur le volume  $V_1$  (volume de contrôle d’un cluster), qui va nous permettre de relier la pression  $P_1$  sur la surface externe du cluster

au champ de contrainte  $P$  établi par le modèle de sphère creuse "bulles", et supposé homogène au sein de chaque cluster.

On trouve finalement que :

$$P_1 = P - \frac{1}{5}\rho_C R_1 \ddot{R}_1 \quad (5)$$

La pression  $P$  est reliée à la pression dans la bulle par l'équation 1.

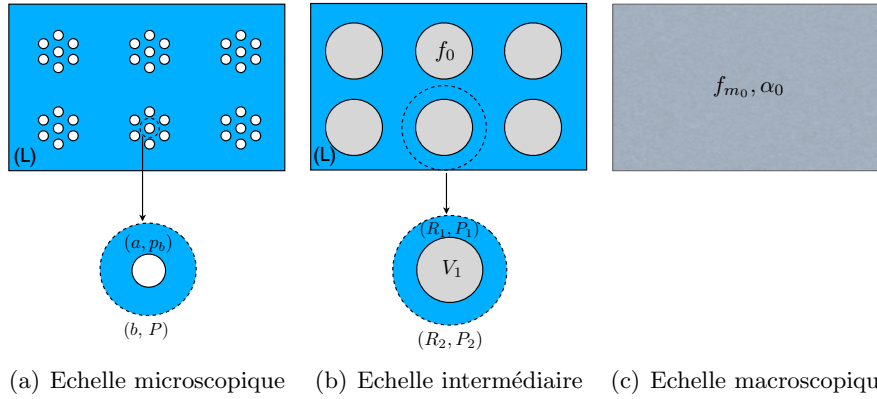


FIG. 5 – Illustration de la méthode d'homogénéisation en étapes pour décrire la réponse d'un fluide contenant des clusters de bulles

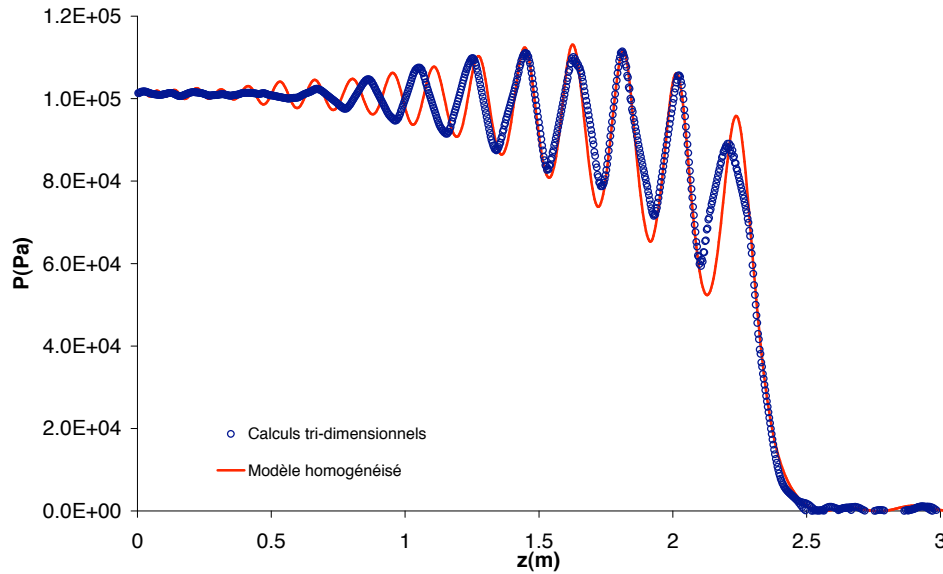


FIG. 6 – Comparaison entre simulations tri-dimensionnelles et modèle homogénéisé - Rayon initial des bulles  $a_0 = 2\text{mm}$  - Rayon initial des clusters  $R_1^0 = 3.48\text{cm}$  - Porosité initiale au sein des clusters  $f_0 = 5\%$  - Porosité initiale moyenne  $f_{m_0} = 1\%$  - Fraction volumique initiale occupée par les clusters  $\alpha_0 = 20\%$

La figure 6 montre le bon accord entre les calculs semi-directs et l'approche homogénéisée proposée.

## 5 Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans cette étude à la propagation d'ondes de choc dans des milieux diphasiques comportant des hétérogénéités de porosité, sous la forme d'amas sphériques de bulles.

Il apparaît que ces zones d'hétérogénéités modifient fortement la structure de l'onde de choc. En particulier, la longueur d'onde du signal de pression semble reliée à la période de pulsation du cluster dans son ensemble, et non à la période de pulsation des bulles, comme c'est le cas lors de la propagation d'un choc dans un milieu homogène. Par ailleurs, un modèle homogénéisé d'un tel milieu diphasique hétérogène a également été développé. Des investigations sur l'effet d'autres géométries de clusters sont en cours.

## Références

- [1] Ando, K., Colonius, T. & Brennen, C.E. 2009 Shock propagation in polydisperse bubbly flows, *Proc. 17th Int. Symp. Cavitation* **172**.
- [2] Brennen, C.E. 2005 *Fundamentals of multiphase flows*, Cambridge University Press.
- [3] Drumheller, D.S., Kipp, M.E., & Beford, A. 1982 Transient wave propagation in bubbly liquids, *J.Fluid Mech* **19**, 347-365.
- [4] Grandjean, H., Jacques, N. & Zaleski, S. 2009 Modélisation de l'atténuation d'une onde de pression sous-marine par rideau de bulles, *Actes des douzièmes journées de l'hydrodynamique*
- [5] Johnson, J.N. 1981 Dynamic fracture and spallation in ductile solids, *J. Appl. Phys.* **52**(4), 2812-2825.
- [6] Kameda, M., Shimaura, N., Higashino, F. & Matsumoto Y. 1998 Shock waves in a uniform bubbly flow, *Phys. Fluids* **10-10**, 2661-2668.
- [7] Preston, A.T., Colonius, T. & Brennen, C.E. 2007 A reduced-order model of diffusive effects on the dynamics of bubbles, *Phys. Fluids* **19**, 123302.
- [8] Prosperetti, A., Crum, L.A. & Commander, K.W. 1988 Nonlinear bubble dynamics, *J. Acoust. Soc. Am.* **83**(2), 502-514.
- [9] Seo, J.H., Lele, S.K., & Tryggvason, G. 2010 Investigation and modeling of bubble-bubble interaction effect in homogeneous bubbly flows, *Phys. Fluids* **22**, 063302.
- [10] Tvergaard, V. 1981 Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions *Int. J. Fracture* **17**, 389-407.
- [11] Van Wijngaarden, L. 1968 On the equations of motion for mixtures of liquid and gas bubbles *J. Fluid Mech.* **33**, 465-474.
- [12] Van Wijngaarden, L. 1972 One-dimensional flow of liquids containing small gas bubbles *Ann. Rev. Fluid Mech.* **4**, 369-396.